

Elbette. Bu konuyu **Hassas Tarım + Analitik Geometri + Straight Lines** bağlantısını kuracak şekilde, öğrencinin yalnızca doğru denklemi yazmasını değil; **iki GNSS noktası arasındaki doğruyu bulmasını, eğimi hesaplamasını, denklem oluşturmalarını, belirli bir konumdaki koordinatı bulmasını ve tarımsal robotun bu doğru üzerindeki hareketini yorumlamasını** gerektiren yüksek zorlukta bir problem olarak hazırlayabiliriz.

Hassas Tarımda Straight Lines – İleri Düzey Uygulama

Soru: Tarımsal Robot İçin AB Doğrusunun Oluşturulması

Bir tarımsal robotun tarlada **A noktasından B noktasına doğrusal bir hat üzerinde** ilerlemesi istenmektedir.

Yerel Kartezyen koordinat sistemi kullanılarak iki GNSS noktası aşağıdaki şekilde belirlenmiştir:

$$A(120, 80)$$

$$B(420, 260)$$

Burada x ve y koordinatları metre cinsindendir.

Robotun A noktasından B noktasına doğru ilerlemesi sırasında takip edeceği **AB doğrusu**, robotun referans hareket hattıdır.

İstenenler

- a) AB doğrusunun eğimini hesaplayınız.
- b) AB doğrusunun $y = mx + b$ biçimindeki denklemini bulunuz.
- c) Robotun $x = 270\text{ m}$ konumundaki ideal y koordinatını hesaplayınız.
- d) Robotun A'dan B'ye olan doğrusal mesafesini hesaplayınız.
- e) Robot gerçek konum olarak

$$P(270, 175)$$

noktasında bulunuyorsa, P noktasının referans AB doğrusuna olan **dikey uzaklığı**nı hesaplayınız.

- f) Robotun P noktasındaki yanal sapmasının, 3 m'lik kabul edilebilir maksimum sapmayı aşıp aşmadığını belirleyiniz.

Çözüm

Adım 1 – Koordinatları belirleyelim

İki GNSS noktası:

$$A(x_1, y_1) = (120, 80)$$

$$B(x_2, y_2) = (420, 260)$$

şeklindedir.

Adım 2 – Doğrunun eğimini hesaplayalım

Bir doğrunun eğimi:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

formülüyle hesaplanır.

Değerleri yerine yazalım:

$$m = \frac{260 - 80}{420 - 120}$$

$$m = \frac{180}{300}$$

$$m = 0.6$$

Dolayısıyla robotun takip edeceği doğrunun eğimi:

$$m = 0.6$$

dir.

Adım 3 – Doğrunun denklemini bulalım

Doğrunun genel eğim-kesişim formu:

$$y = mx + b$$

şeklindedir.

Eğimi biliyoruz:

$$m = 0.6$$

A noktasının koordinatlarını kullanalım:

$$80 = 0.6(120) + b$$

$$80 = 72 + b$$

Buradan:

$$b = 8$$

bulunur.

Dolayısıyla AB doğrusunun denklemi:

$$y = 0.6x + 8$$

olur.

Adım 4 – Doğru denklemini kontrol edelim

B noktasını denkleme yerleştirelim:

$$y = 0.6(420) + 8$$

$$y = 252 + 8$$

$$y = 260$$

B noktasının gerçek y koordinatı da 260 olduğundan:

$$B(420, 260)$$

doğru üzerindedir.

Dolayısıyla denklem doğrudur.

Adım 5 – Robotun $x = 270$ m konumundaki ideal koordinatını bulalım

Referans doğrusu:

$$y = 0.6x + 8$$

Robot:

$$x = 270m$$

konumuna geldiğinde:

$$y = 0.6(270) + 8$$

$$y = 162 + 8$$

$$y = 170m$$

olmalıdır.

Dolayısıyla robotun bu noktadaki ideal konumu:

$$P_{ideal} = (270, 170)$$

dir.

Adım 6 – Robotun gerçek konumunu değerlendirelim

Robotun gerçek konumu:

$$P = (270, 175)$$

olarak ölçülmüştür.

Referans doğru üzerinde aynı x koordinatındaki ideal nokta:

$$P_{ideal} = (270, 170)$$

olduğuna göre ilk bakışta:

$$175 - 170 = 5m$$

olduğu düşünülebilir.

Ancak dikkat!

Bu **dikey yöndeki farktır**.

Robotun gerçek **doğruya dik yanal sapmasını** bulmak için noktanın doğruya uzaklık formülünü kullanmalıyız.

Adım 7 – Noktanın doğruya uzaklığını hesaplayalım

Doğrumuz:

$$y = 0.6x + 8$$

Önce standart forma dönüştürelim:

$$0.6x - y + 8 = 0$$

veya kesirlerden kurtulmak için:

$$3x - 5y + 40 = 0$$

şeklinde yazabiliriz.

Bir noktanın doğruya dik uzaklığı:

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

formülüyle hesaplanır.

Burada:

$$A = 3$$

$$B = -5$$

$$C = 40$$

ve:

$$P(270, 175)$$

dir.

Formüle yerleştirelim:

$$d = \frac{|3(270) - 5(175) + 40|}{\sqrt{3^2 + (-5)^2}}$$

Önce pay:

$$3(270) = 810$$

$$5(175) = 875$$

Dolayısıyla:

$$810 - 875 + 40 = -25$$

Mutlak değer:

$$|-25| = 25$$

Payda:

$$\begin{aligned} &\sqrt{9 + 25} \\ &= \sqrt{34} \end{aligned}$$

Sonuç:

$$d = \frac{25}{\sqrt{34}}$$

$$d \approx 4.29m$$

Adım 8 – Tarımsal robot açısından değerlendirme

Robotun referans doğruya dik yanal sapması:

$$4.29m$$

olarak bulunmuştur.

Kabul edilebilir maksimum sapma:

$$3m$$

olduğuna göre:

$$4.29 > 3$$

Sonuç:

Robot kabul edilebilir yanal sapma sınırını aşmıştır.

Bu nedenle robotun yeniden referans hatta yönlendirilmesi gerekir.

Adım 9 – Robotun A-B arasındaki gerçek hareket mesafesi

A ve B arasındaki mesafe:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

formülüyle bulunur.

$$d = \sqrt{(420 - 120)^2 + (260 - 80)^2}$$

$$d = \sqrt{300^2 + 180^2}$$

$$d = \sqrt{90000 + 32400}$$

$$d = \sqrt{122400}$$

$$d \approx 349.86m$$

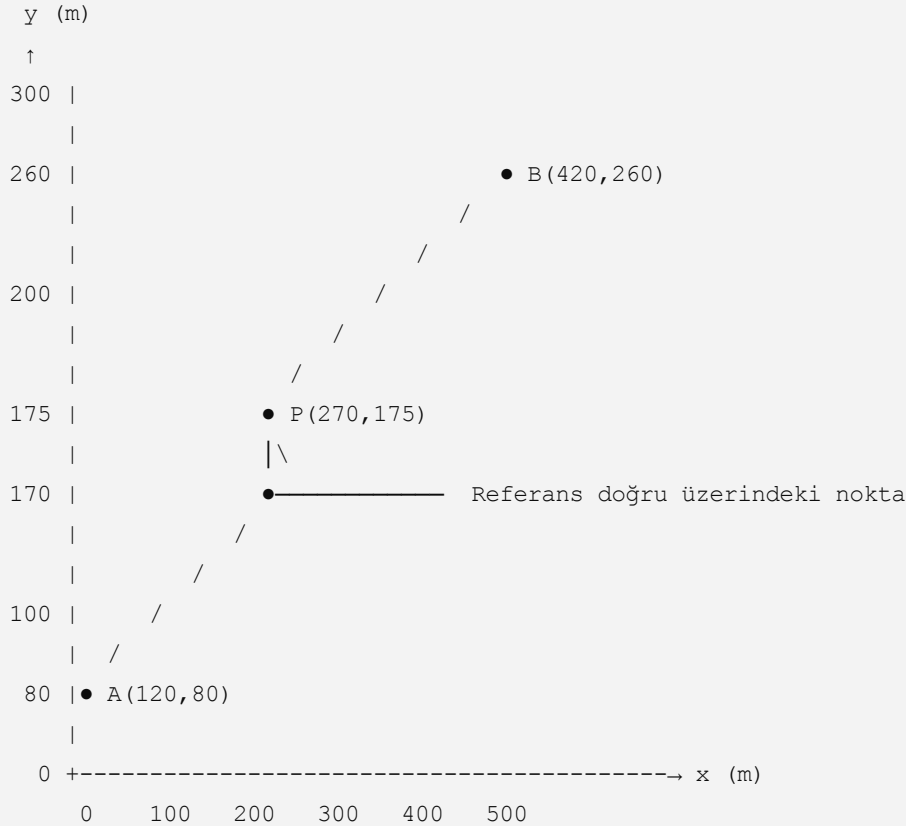
Robotun A-B referans hattının uzunluğu yaklaşık:

$$349.86m$$

dir.

Grafiksel Gösterim

Koordinat sisteminde durum kabaca şöyledir:



Burada önemli nokta, **P** noktasının referans doğruya olan dik uzaklığının 4.29 m olmasıdır.

Sonuçların Özeti

Büyüklik	Sonuç
A noktası	(120, 80)
B noktası	(420, 260)
Doğrunun eğimi	$m = 0.6$
Doğru denklemi	$y = 0.6x + 8$
$x = 270$ için ideal y	170 m
Robotun gerçek noktası	(270,175)
Dikey koordinat farkı	5 m
Doğruya dik yanal sapma	4.29 m
Kabul edilebilir sapma	3 m
A-B mesafesi	349.86 m
Sonuç	Sapma sınırı aşılmıştır



Bu sorunun mühendislik açısından önemli noktası

Bu problemde öğrencinin özellikle şu ayrımı görmesini istiyoruz:

$$\text{Dikey koordinat farkı} \neq \text{Doğruya dik mesafe}$$

Burada:

$$175 - 170 = 5m$$

olmasına rağmen gerçek yanal sapma:

$$4.29m$$

çıkmiştir.

Bu ayrım **tarımsal robotlarda straight-line/path tracking** açısından oldukça önemlidir.

Robotun referans hattından ne kadar saptığını değerlendirirken yalnızca y koordinatlarının farkını almak doğru değildir; **referans hatta dik uzaklığın** hesaplanması gerekir.