

Tabii. Bu kez soruyu biraz daha **mühendislik ağırlıklı** hazırlayalım. Özellikle öğrencinin yalnızca eğimi hesaplaması değil, **AB hattı, belirli bir noktadaki ideal konum, lateral sapma ve hat üzerinde ilerleme yönünü** birlikte değerlendirmesi gerekecek.

Straight Lines – Soru 3: Tarımsal Robotun Referans Hat Takibi

Bir tarımsal robot, tarlada düz bir AB hattını takip ederek ilerlemektedir. Yerel koordinat sisteminde GNSS ile belirlenen noktalar:

- **A(80, 40) m**
- **B(380, 220) m**

olarak ölçülmüştür.

Robotun gerçek konumu ise bir anda:

$$P(240, 145) \text{ m}$$

olarak belirlenmiştir.

Robotun referans hat üzerinde olması gereken konumu **$x = 240$ m** için hesaplanacaktır.

İstenenler

1. A ve B noktalarından geçen referans doğrunun eğimini bulunuz.
2. Referans doğrunun denklemini oluşturunuz.
3. Robotun $x = 240$ m konumundaki ideal y koordinatını bulunuz.
4. Robotun ideal konumdan **dikey yöndeki sapmasını** hesaplayınız.
5. Robotun referans doğruya olan **gerçek lateral (dik) sapmasını** hesaplayınız.
6. Robotun lateral sapması ± 3 m sınırını aşıyor mu?
7. Robotun A noktasından B noktasına mı, yoksa B'den A'ya mı hareket ettiğini belirlemek için koordinatlardan hangi bilgi kullanılabilir?

Çözüm

1. Referans doğrunun eğimi

İki noktadan geçen doğrunun eğimi:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Değerleri yerine yazalım:

$$m = \frac{220 - 40}{380 - 80}$$

$$m = \frac{180}{300}$$

$$m = 0.6$$

Dolayısıyla referans hattın eğimi:

$$m = 0.6$$

2. Referans doğrunun denklemi

Doğru denklemi:

$$y = mx + b$$

Eğim:

$$m = 0.6$$

A noktası:

$$(80, 40)$$

olduğundan:

$$40 = 0.6(80) + b$$

$$40 = 48 + b$$

Buradan:

$$b = -8$$

elde edilir.

Dolayısıyla referans hattın denklemi:

$$y = 0.6x - 8$$

Kontrol

B noktasını denklemde yerine yazalım:

$$y = 0.6(380) - 8$$

$$y = 228 - 8$$

$$y = 220$$

B noktası da doğru üzerinde olduğundan denklem doğrudur.

3. Robotun ideal konumunun bulunması

Robotun gerçek x koordinatı:

$$x = 240 \text{ m}$$

Referans doğru:

$$y = 0.6x - 8$$

olduğuna göre:

$$y = 0.6(240) - 8$$

$$y = 144 - 8$$

$$y = 136 \text{ m}$$

Dolayısıyla robotun referans hat üzerindeki ideal konumu:

$$P_{\text{ideal}} = (240, 136)$$

olmalıdır.

Gerçek konum:

$$P_{\text{gerçek}} = (240, 145)$$

4. Dikey yöndeki sapma

Gerçek ve ideal noktaların y koordinatlarını karşılaştıralım:

$$e_y = y_{\text{gerçek}} - y_{\text{ideal}}$$

$$e_y = 145 - 136$$

$$e_y = 9 \text{ m}$$

Yani robotun **dikey koordinat farkı 9 m**'dir.

Ancak burada çok önemli bir nokta vardır:

9 m, robotun gerçek lateral sapması değildir.

Çünkü referans hat eğik durumdadır.

Robotun hat üzerindeki gerçek sapması, referans doğruya **dik olarak** hesaplanmalıdır.

5. Gerçek lateral sapmanın hesaplanması

Referans doğru:

$$y = 0.6x - 8$$

Standart forma dönüştürelim:

$$0.6x - y - 8 = 0$$

Kesirlerden kurtulmak için 5 ile çarpalım:

$$3x - 5y - 40 = 0$$

Noktadan doğruya dik uzaklık formülü:

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Burada:

$$A = 3$$

$$B = -5$$

$$C = -40$$

ve:

$$(x_0, y_0) = (240, 145)$$

Değerleri yerine yazalım:

$$d = \frac{|3(240) - 5(145) - 40|}{\sqrt{3^2 + (-5)^2}}$$

Önce pay:

$$3(240) = 720$$

$$5(145) = 725$$

Dolayısıyla:

$$720 - 725 - 40 = -45$$

Mutlak değer:

$$|-45| = 45$$

Payda:

$$\begin{aligned} &\sqrt{9 + 25} \\ &= \sqrt{34} \end{aligned}$$

Böylece:

$$\begin{aligned} d &= \frac{45}{\sqrt{34}} \\ d &\approx 7.71 \text{ m} \end{aligned}$$

Sonuç:

$$d \approx 7.71 \text{ m}$$

Robotun gerçek lateral sapması yaklaşık **7.71 m**'dir.

6. ± 3 m sınırının kontrolü

Robot için kabul edilebilir maksimum lateral sapma:

$$d_{\max} = 3 \text{ m}$$

Hesaplanan değer:

$$d = 7.71 \text{ m}$$

Karşılaştırma:

$$7.71 > 3$$

Dolayısıyla:

Robot kabul edilebilir lateral sapma sınırını aşmıştır.

Sapmanın sınır değerine oranı:

$$\frac{7.71}{3} = 2.57$$

Yani mevcut sapma, izin verilen maksimum sapmanın yaklaşık **2.57 katıdır**.

7. Robotun hareket yönünün belirlenmesi

A ve B noktalarının koordinatlarını inceleyelim:

$$A = (80, 40)$$

$$B = (380, 220)$$

A'dan B'ye gidildiğinde:

$$\Delta x = 380 - 80 = 300$$

$$\Delta y = 220 - 40 = 180$$

Her iki değer de pozitiftir.

Yani A'dan B'ye hareket:

- x yönünde artış,
- y yönünde artış

oluşturur.

Dolayısıyla robot A'dan B'ye ilerliyorsa koordinatları genel olarak:

$$x \uparrow, \quad y \uparrow$$

şeklinde değişecektir.

B'den A'ya hareket ediyorsa:

$$x \downarrow, \quad y \downarrow$$

olacaktır.

Bu nedenle yalnızca iki GNSS noktası kullanılarak **referans hattın geometrik yönü** belirlenebilir; gerçek hareket yönünü kesin olarak belirlemek için robotun ardışık konumları veya hız/yön bilgisi de kullanılabilir.

Sonuçların Özeti

Büyükölük	Sonuç
A noktası	(80, 40) m
B noktası	(380, 220) m
Eğim	0.6
Referans doğru	$y = 0.6x - 8$
$x = 240$ için ideal y	136 m
Gerçek robot konumu	(240,145) m
Dikey koordinat farkı	9 m
Gerçek lateral sapma	7.71 m
İzin verilen sapma	3 m
Sınır aşıldı mı?	Evet
Sapma / sınır	2.57

Hassas tarım açısından kritik nokta

Bu sorunun en önemli matematiksel sonucu:

$$\text{Dikey koordinat farkı} \neq \text{lateral sapma}$$

Burada:

$$145 - 136 = 9 \text{ m}$$

olmasına rağmen gerçek lateral sapma:

$$7.71 \text{ m}$$

olarak bulunmuştur.

Tarımsal robotlarda **hat takip performansı** değerlendirilirken, özellikle eğimli referans hatlarda y farkını doğrudan hata olarak kullanmak yerine, robot ile referans hat arasındaki **dik uzaklığın** kullanılması gerekir.

