ChatGPT dedi:

Soru: Tarımsal Robotun Arazi İçerisindeki Konumunun ve Hareketinin Trigonometrik Yöntemlerle Hesaplanması

Verdiğiniz *Trigonometry in Engineering* dokümanındaki özellikle **kartezyen koordinatlar, polar koordinatlar, sinüs-kosinüs bağıntıları ve vektörlerin bileşenlerine ayrılması** konularını temel alarak aşağıdaki problemi hazırladım. Soruda öğrencinin yalnızca trigonometrik değerleri hesaplaması değil, robotun hareket verilerinden yeni konumunu ve hareket yönünü belirlemesi de amaçlanmaktadır.

Problem



Bir otonom tarımsal robot, hassas tarım uygulaması kapsamında tarlada belirlenen iki farklı güzergâh boyunca hareket ederek bitki sıralarını görüntülemektedir. Robotun başlangıç konumu, iki boyutlu koordinat sisteminin orijini $A(0, 0)$ olarak kabul edilmektedir.

Robotun hareket kontrol ünitesinden alınan verilere göre hareketi iki aşamadan oluşmaktadır:

- **Birinci hareket:** Robot, doğu yönünü pozitif x ekseni kabul ederek bu eksenle saat yönünün tersine 30° açı yapacak şekilde 12 m ilerlemiştir.
- **İkinci hareket:** Robot yön değiştirerek pozitif x ekseniyle 120° açı yapacak şekilde 8 m daha ilerlemiştir.

Robotun hızı her iki hareket boyunca sabit olup birinci harekette $0{,}8\ \mathrm{m/s}$, ikinci harekette $0{,}5\ \mathrm{m/s}$ olarak ölçülmüştür.

İstenenler:

1. Robotun birinci hareket sonunda ulaştığı $B(x_B, y_B)$ koordinatlarını hesaplayınız.
2. İkinci hareket sonunda ulaştığı $C(x_C, y_C)$ koordinatlarını belirleyiniz.
3. Robotun başlangıç noktasına göre toplam yer değiştirme büyüklüğünü hesaplayınız.
4. Robotun başlangıç noktasından son konumuna doğru hareket yönünü, pozitif x eksenine göre açı cinsinden bulunuz.
5. Robotun toplam aldığı yolu ve iki hareket boyunca geçen toplam süreyi hesaplayınız.
6. Toplam yer değiştirme ile toplam alınan yol arasındaki farkı açıklayınız.

Çözüm

1. Birinci hareket sonunda robotun konumu

Dokümanda verilen polar koordinatlardan kartezyen koordinatlara dönüşüm bağıntıları kullanılır:

$$x = r\cos\theta$$

$$y = r\sin\theta$$

Birinci hareket için $r_1 = 12\ \text{m}$ ve $\theta_1 = 30^\circ$ olduğundan:

$$x_B = 12\cos 30^\circ$$

$$x_B = 12(0{,}8660) = 10{,}392\ \text{m}$$

Düşey koordinat:

$$y_B = 12\sin 30^\circ$$

$$y_B = 12(0{,}5) = 6\ \text{m}$$

Buna göre robotun birinci hareket sonundaki konumu:

$$\boxed{B(10{,}392;\ 6{,}000)\ \text{m}}$$

2. İkinci hareket sonunda robotun konumu

İkinci hareketin uzunluğu 8 m, yön açısı ise 120°'dir.

İkinci hareketin yatay bileşeni:

$$\Delta x_2 = 8\cos 120^\circ$$

$$\Delta x_2 = 8(-0{,}5) = -4\ \text{m}$$

Düşey bileşeni:

$$\Delta y_2 = 8\sin 120^\circ$$

$$\Delta y_2 = 8(0{,}8660) = 6{,}928\ \text{m}$$

İkinci hareket sonunda robotun koordinatları:

$$x_C = x_B + \Delta x_2$$

$$x_C = 10{,}392 - 4$$

$$\boxed{x_C = 6{,}392\ \text{m}}$$

$$y_C = y_B + \Delta y_2$$

$$y_C = 6 + 6{,}928$$

$$\boxed{y_C = 12{,}928\ \text{m}}$$

Dolayısıyla robotun son konumu:

$$\boxed{C(6{,}392;\ 12{,}928)\ \text{m}}$$

3. Başlangıç noktasına göre toplam yer değiştirme

Robotun başlangıç ve son konumları arasındaki doğrusal uzaklık, Pisagor bağıntısı kullanılarak hesaplanır:

$$R = \sqrt{x_C^2 + y_C^2}$$

$$R = \sqrt{6{,}392^2 + 12{,}928^2}$$

$$\boxed{R \approx 14{,}422 \text{ m}}$$

Robotun başlangıç noktasından son konumuna olan doğrusal uzaklığıdır.

4. Robotun son hareket yönünün hesaplanması

Robotun başlangıç noktasından son konumuna uzanan yer değiştirme vektörünün pozitif x ekseniyle yaptığı açı:

$$\tan\theta = \frac{y_C}{x_C}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{12{,}928}{6{,}392}\right)$$

$$\boxed{\theta \approx 63{,}69^\circ}$$

Her iki koordinat da pozitif olduğundan robotun son konumu birinci bölgede yer almaktadır. Bu nedenle hesaplanan açı doğrudan kullanılabilir.

5. Toplam alınan yol ve hareket süresi

Toplam alınan yol:

$$S = 12 + 8$$

$$\boxed{S = 20 \text{ m}}$$

Birinci hareketin süresi:

$$t_1 = \frac{12}{0{,}8} = 15 \text{ s}$$

İkinci hareketin süresi:

$$t_2 = \frac{8}{0{,}5} = 16 \text{ s}$$

Toplam hareket süresi:

$$t_{\text{toplam}} = 15 + 16$$

$$\boxed{t_{\text{toplam}} = 31 \text{ s}}$$

İstenirse ortalama hız büyüklüğü de hesaplanabilir:

$$v_{\text{ort}} = \frac{S}{t_{\text{toplam}}} = \frac{20}{31}$$

$$\boxed{v_{\text{ort}} \approx 0{,}645\ \text{m/s}}$$

6. Toplam yol ile yer değiştirme arasındaki fark

- **Toplam alınan yol:** Robotun izlediği güzergâhın uzunluğudur. Bu problemde 20 m'dir.
- **Yer değiştirme:** Robotun başlangıç ve bitiş konumları arasındaki doğrusal uzaklıktır. Bu problemde yaklaşık 14,422 m'dir.

Bu iki değerin farklı olmasının nedeni robotun hareket sırasında yön değiştirmesidir.

Sonuçların özeti

Hesaplanan büyüklük	Sonuç
Birinci hareket sonu koordinatı	B(10,392; 6,000) m
İkinci hareket sonu koordinatı	C(6,392; 12,928) m
Toplam yer değiştirme	14,422 m
Son konumun yön açısı	63,69°
Toplam alınan yol	20 m
Toplam hareket süresi	31 s
Ortalama hız büyüklüğü	0,645 m/s

Mühendislik açısından değerlendirme

Bu problemde tarımsal robotun hareketi, iki farklı yöndeki hareket vektörünün bileşenleri kullanılarak modellenmiştir. Robotun konumunun belirlenmesinde sinüs ve kosinüs fonksiyonları, hareket yönünün belirlenmesinde ters tanjant fonksiyonu, yer değiştirme hesabında ise Pisagor bağıntısı kullanılmıştır.

Bu yaklaşım, otonom tarım robotlarında tekerlek enkoderlerinden veya hareket kontrol ünitesinden elde edilen mesafe ve yön verilerinin kullanılmasıyla robotun yaklaşık konumunun hesaplanmasında uygulanabilir. Gerçek sistemlerde ise tekerlek kayması, sensör hataları ve yön açısı ölçüm hataları da dikkate alınmalıdır.

Öğretim açısından önemli nokta: Bu soru, dokümandaki polar-koordinat dönüşümü ve trigonometrik fonksiyonların yanında vektörel hareket hesabını da kapsıyor. Öğrencilerden formülleri ezberleyerek değil, hareket verilerini yatay ve düşey bileşenlerine ayırarak çözüm üretmeleri bekleniyor.