ChatGPT dedi:

Bu kez önceki sorudan daha ileri düzeyde, **üç farklı yönde hareket, açıların bulunduğu bölgelerin dikkate alınması, vektör bileşenleri, toplam yer değiştirme ve ortalama hız** hesaplamalarını içeren bir problem hazırladım. Soruyu, paylaştığınız dokümandaki polar-koordinat dönüşümü, trigonometrik fonksiyonlar ve hareket vektörlerinin bileşenlerine ayrılması konularına dayandırdım.

Problem: Otonom Tarımsal Robotun Çok Yönlü Hareketinin ve Son Konumunun Belirlenmesi



Bir otonom tarımsal robot, hassas tarım uygulaması kapsamında bir tarlada bitki sıralarını görüntülemek ve belirlenen bölgelerden veri toplamak üzere hareket etmektedir. Robotun konumu, başlangıç noktası $A(0, 0)$ olan iki boyutlu Kartezyen koordinat sisteminde takip edilmektedir.

Robotun GPS ve hareket kontrol ünitesinden elde edilen verilere göre hareketi üç aşamada gerçekleşmiştir:

Hareket	Mesafe	Hareket yönü	Ortalama hız
A → B	18 m	35°	0,90 m/s
B → C	14 m	125°	0,70 m/s
C → D	10 m	250°	0,50 m/s

Hareket açıları pozitif x ekseninden başlayarak saat yönünün tersine ölçülmektedir.

İstenenler:

1. Robotun her hareket aşamasındaki yatay ve düşey yer değiştirme bileşenlerini hesaplayınız.
2. Robotun B, C ve D noktalarındaki koordinatlarını belirleyiniz.
3. Robotun başlangıç noktasına göre toplam yer değiştirme büyüklüğünü hesaplayınız.
4. Robotun başlangıç noktasından son konumuna doğru hareket yönünü derece cinsinden belirleyiniz.
5. Robotun toplam aldığı yolu ve üç hareket aşamasında geçen süreleri hesaplayınız.
6. Robotun ortalama süratini ve ortalama hız vektörünün büyüklüğünü hesaplayınız.
7. Robotun toplam aldığı yol ile yer değiştirme büyüklüğünün neden farklı olduğunu açıklayınız.

Çözüm

1. Hareketlerin yatay ve düşey bileşenlerinin hesaplanması

Dokümanda verilen polar koordinatlardan Kartezyen koordinatlara dönüşüm bağıntıları kullanılır:

$$\Delta x = r \cos\theta$$

$$\Delta y = r \sin\theta$$

Burada r hareket mesafesini, θ ise pozitif x ekseniyle yapılan açıyı ifade etmektedir.

Birinci hareket (A → B)

$$\Delta x_1 = 18 \cos 35^\circ$$

$$\boxed{\Delta x_1 = 14{,}745 \text{ m}}$$

$$\Delta y_1 = 18 \sin 35^\circ$$

$$\boxed{\Delta y_1 = 10{,}324 \text{ m}}$$

İkinci hareket (B → C)

İkinci hareket 125° yönünde olduğundan ikinci bölgede gerçekleşmektedir. Bu nedenle yatay bileşen negatif, düşey bileşen pozitiftir.

$$\Delta x_2 = 14 \cos 125^\circ$$

$$\boxed{\Delta x_2 = -8{,}030 \text{ m}}$$

$$\Delta y_2 = 14 \sin 125^\circ$$

$$\boxed{\Delta y_2 = 11{,}468 \text{ m}}$$

Üçüncü hareket (C → D)

Üçüncü hareket 250° yönünde olduğundan üçüncü değil, dördüncü bölgede gerçekleşmektedir. Bu nedenle hem yatay hem düşey bileşen negatiftir.

$$\Delta x_3 = 10 \cos 250^\circ$$

$$\boxed{\Delta x_3 = -3{,}420 \text{ m}}$$

$$\Delta y_3 = 10 \sin 250^\circ$$

$$\boxed{\Delta y_3 = -9{,}397 \text{ m}}$$

Hareket bileşenlerinin özeti:

Hareket	Yatay bileşen (m)	Düşey bileşen (m)
A → B	+14,745	+10,324
B → C	−8,030	+11,468
C → D	−3,420	−9,397

2. Robotun B, C ve D noktalarındaki koordinatları

Başlangıç noktası $A(0, 0)$ olduğundan:

B noktası:

$$x_B = 0 + 14{,}745$$

$$y_B = 0 + 10{,}324$$

$$\boxed{B(14{,}745;\ 10{,}324)}$$

C noktası:

$$x_C = x_B + \Delta x_2$$

$$x_C = 14{,}745 - 8{,}030 = 6{,}715$$

$$y_C = y_B + \Delta y_2$$

$$y_C = 10{,}324 + 11{,}468 = 21{,}792$$

$$\boxed{C(6{,}715;\ 21{,}792)}$$

D noktası:

$$x_D = x_C + \Delta x_3$$

$$x_D = 6{,}715 - 3{,}420 = 3{,}295$$

$$y_D = y_C + \Delta y_3$$

$$y_D = 21{,}792 - 9{,}397 = 12{,}395$$

$$\boxed{D(3{,}295;\ 12{,}395)}$$

Ara değerler yuvarlandığından son basamaklarda küçük farklılıklar oluşabilir.

3. Toplam yer değiştirme büyüklüğünün hesaplanması

Robotun başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki doğrusal uzaklık Pisagor bağıntısıyla bulunur:

$$R = \sqrt{x_D^2 + y_D^2}$$

$$R = \sqrt{3{,}295^2 + 12{,}395^2}$$

$$\boxed{R \approx 12{,}826\ \mathrm{m}}$$

Bu değer, robotun başlangıç noktasından son konumuna olan doğrusal uzaklığıdır.

4. Robotun son konumunun yön açısının hesaplanması

Robotun başlangıç noktasından son konumuna doğru yer değiştirme vektörünün açısı:

$$\tan\theta = \frac{y_D}{x_D}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{12{,}395}{3{,}295}\right)$$

$$\boxed{\theta \approx 75{,}12^\circ}$$

Son koordinatların her ikisi de pozitif olduğu için robotun son konumu birinci bölgede yer almaktadır.

5. Toplam alınan yol ve hareket sürelerinin hesaplanması

Toplam alınan yol:

$$S = 18 + 14 + 10$$

$$\boxed{S = 42\ \text{m}}$$

Hareket süreleri $t = s/v$ bağıntısıyla hesaplanır.

Birinci hareket:

$$t_1 = \frac{18}{0{,}90} = 20\ \text{s}$$

İkinci hareket:

$$t_2 = \frac{14}{0{,}70} = 20\ \text{s}$$

Üçüncü hareket:

$$t_3 = \frac{10}{0{,}50} = 20\ \text{s}$$

Toplam süre:

$$t_{\text{toplam}} = 20 + 20 + 20$$

$$\boxed{t_{\text{toplam}} = 60\ \text{s}}$$

6. Ortalama sürat ve ortalama hız vektörünün hesaplanması

Ortalama sürat, toplam alınan yolun toplam süreye oranıdır:

$$v_{\text{sürat}} = \frac{S}{t_{\text{toplam}}}$$

$$v_{\text{sürat}} = \frac{42}{60}$$

$$\boxed{v_{\text{sürat}} = 0{,}70\ \text{m/s}}$$

Ortalama hız vektörünün büyüklüğü ise yer değiştirme büyüklüğünün toplam süreye oranıdır:

$$v_{\text{ort}} = \frac{R}{t_{\text{toplam}}}$$

$$v_{\text{ort}} = \frac{12{,}826}{60}$$

$$\boxed{v_{\text{ort}} \approx 0{,}214 \ \text{m/s}}$$

Ortalama hız vektörünün bileşenleri de:

$$v_x = \frac{x_D}{60} \approx 0{,}0549 \ \text{m/s}$$

$$v_y = \frac{y_D}{60} \approx 0{,}2066 \ \text{m/s}$$

olarak hesaplanır.

7. Toplam yol ve yer değiştirme arasındaki fark

Robotun toplam aldığı yol 42 m iken başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki yer değiştirme yalnızca 12,826 m'dir.

Bunun nedeni robotun üç hareket aşamasında farklı yönlerde ilerlemesidir. Robotun izlediği yolun uzunluğu, başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki en kısa doğrusal mesafeden daha büyüktür.

Sonuçların özeti

Hesaplanan büyüklük	Sonuç
B noktası	(14,745; 10,324) m
C noktası	(6,715; 21,792) m
D noktası	(3,295; 12,395) m
Toplam yer değiştirme	12,826 m
Son konumun yön açısı	75,12°
Toplam alınan yol	42 m
Toplam hareket süresi	60 s
Ortalama sürat	0,70 m/s
Ortalama hız büyüklüğü	0,214 m/s

Mühendislik değerlendirmesi

Bu problem, tarımsal robotun farklı yönlerde gerçekleştirdiği hareketlerin trigonometrik yöntemlerle analiz edilmesini sağlamaktadır. Özellikle açıların farklı koordinat bölgelerinde bulunması, sinüs ve kosinüs değerlerinin işaretlerinin doğru belirlenmesini gerektirir.

Gerçek bir otonom tarım robotunda bu hesaplamalar; GPS/GNSS konum verileri, tekerlek enkoderleri ve yön sensörlerinden elde edilen hareket bilgilerinin değerlendirilmesinde kullanılabilir.

Öğrenci açısından kazanım: Bu soruyu doğru çözebilen bir öğrenci, trigonometrik fonksiyonları kullanarak hareket vektörlerini bileşenlerine ayırabilir, koordinatları güncelleyebilir ve robotun toplam yer değiştirmesini ve hareket performansını hesaplayabilir.