ChatGPT dedi:

Soru: Otonom Tarımsal Robot Üzerindeki Robot Kolunun Domates Hasadı İçin Konumlandırılması

Bu problemde, tarımsal robot üzerine yerleştirilen iki eklemli bir robot kolunun domatesi hasat edebilmesi için gerekli eklem açıları trigonometrik yöntemlerle hesaplanacaktır. Problem; sinüs, kosinüs, kosinüs teoremi, ters trigonometrik fonksiyonlar ve Kartezyen koordinat dönüşümlerini birlikte kullanmayı gerektirir.



Problem

Bir serada domates hasadı yapmak üzere tasarlanan otonom tarımsal robotun üzerine iki eklemli bir robot kolu yerleştirilmiştir. Robot kolunun ucunda domatesleri sapından kavrayarak hasat edebilen bir tutucu (gripper) bulunmaktadır.

Robot, hasat edilecek domatesin bulunduğu sıranın önünde durduğunda, robot kolunun başlangıç eklemi ile domatesin merkezi arasındaki konum farkı aşağıdaki gibi belirlenmiştir:

- Birinci kol uzunluğu: $L_1 = 0{,}50\ \text{m}$
- İkinci kol uzunluğu: $L_2 = 0{,}35\ \text{m}$
- Domatesin robot kolunun başlangıç eklemine göre yatay uzaklığı: $x = 0{,}55\ \text{m}$
- Domatesin başlangıç eklemine göre düşey uzaklığı: $y = 0{,}40\ \text{m}$

Robot kolunun başlangıç eklemi $O(0, 0)$ koordinatında kabul edilmektedir. Birinci kol yatay eksene göre, ikinci kol ise birinci kolun doğrultusuna göre dönebilmektedir.

İstenenler:

1. Robot kolunun başlangıç eklemi ile domates arasındaki doğrusal uzaklığı hesaplayınız.
2. Robot kolunun domatese erişip erişemeyeceğini belirleyiniz.
3. Kosinüs teoremini kullanarak ikinci eklemin açısını hesaplayınız.
4. Birinci eklemin yatay eksenle yapması gereken açıyı hesaplayınız.
5. Robot kolunun uç noktasının hesaplanan açı değerleriyle domatesin koordinatlarına ulaştığını doğrulayınız.
6. Robot kolunun farklı bir eklem konfigürasyonuyla aynı domatese ulaşıp ulaşamayacağını değerlendiriniz.

Çözüm

1. Robot kolu ile domates arasındaki uzaklığın hesaplanması

Domatesin robot kolunun başlangıç eklemine göre konumu $P(x, y)$ olarak tanımlanmıştır.

Pisagor bağıntısından:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Veriler yerine yazılırsa:

$$r = \sqrt{0{,}55^2 + 0{,}40^2}$$

$$r = \sqrt{0{,}3025 + 0{,}16}$$

$$\boxed{r = 0{,}6801 \text{ m}}$$

Domates, robot kolunun başlangıç ekleminden yaklaşık 68 cm uzaklıktadır.

2. Robot kolunun domatese erişebilirliğinin belirlenmesi

Robot kolunun erişebileceği maksimum mesafe, iki kolun aynı doğrultuda uzanmasıyla elde edilir:

$$r_{\max} = L_1 + L_2$$

$$r_{\max} = 0{,}50 + 0{,}35$$

$$\boxed{r_{\max} = 0{,}85 \text{ m}}$$

Minimum erişim mesafesi ise iki kolun birbirine doğru katlanmasıyla oluşur:

$$r_{\min} = |L_1 - L_2|$$

$$r_{\min} = |0{,}50 - 0{,}35|$$

$$\boxed{r_{\min} = 0{,}15 \text{ m}}$$

Domatesin uzaklığı:

$$0{,}15 < 0{,}6801 < 0{,}85$$

olduğundan domates robot kolunun çalışma alanı içerisindedir.

Erişilebilir

3. İkinci eklemin açısının hesaplanması

İki kol ve domatesin bulunduğu hedef nokta bir üçgen oluşturur. Bu üçgende kosinüs teoremi uygulanır:

$$r^2 = L_1^2 + L_2^2 + 2L_1L_2\cos\theta_2$$

Burada θ_2, ikinci kolun birinci kolun uzantısıyla yaptığı açıdır.

Denklem düzenlenirse:

$$\cos\theta_2 = \frac{r^2 - L_1^2 - L_2^2}{2L_1L_2}$$

Değerler yerine yazılırsa:

$$\cos\theta_2 = \frac{0{,}6801^2 - 0{,}50^2 - 0{,}35^2}{2(0{,}50)(0{,}35)}$$

$$\cos\theta_2 \approx 0{,}2571$$

$$\theta_2 = \cos^{-1}(0{,}2571)$$

$$\boxed{\theta_2 \approx 75{,}10^\circ}$$

Bu değer, birinci kolun uzantısı ile ikinci kol arasındaki iç açıdır.

Robotun eklem kontrolünde kullanılan işaretli açı ise birinci kolun doğrultusuna göre:

$$\boxed{q_2 = +75{,}10^\circ}$$

olarak alınabilir.

4. Birinci eklemin açısının hesaplanması

Öncelikle hedef noktanın yatay eksenle yaptığı açı hesaplanır:

$$\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{0{,}40}{0{,}55}\right)$$

$$\boxed{\varphi \approx 36{,}03^\circ}$$

Birinci eklemin açısını hesaplamak için üçgen geometrisinden yararlanılır:

$$q_1 = \varphi - \tan^{-1}\left(\frac{L_2 \sin q_2}{L_1 + L_2 \cos q_2}\right)$$

Değerler yerine yazıldığında:

$$q_1 = 36{,}03^\circ - \tan^{-1}\left(\frac{0{,}35 \sin 75{,}10^\circ}{0{,}50 + 0{,}35 \cos 75{,}10^\circ}\right)$$

$$q_1 = 36{,}03^\circ - 29{,}83^\circ$$

$$\boxed{q_1 \approx 6{,}20^\circ}$$

Dolayısıyla robot kolunun domatese ulaşması için gerekli eklem açıları:

$$\boxed{q_1 = 6{,}20^\circ}$$

$$\boxed{q_2 = 75{,}10^\circ}$$

5. Robot kolunun uç noktasının doğrulanması

Robot kolunun uç noktasının koordinatları aşağıdaki bağıntılarla hesaplanır:

$$x = L_1 \cos q_1 + L_2 \cos(q_1 + q_2)$$

$$y = L_1 \sin q_1 + L_2 \sin(q_1 + q_2)$$

Yatay koordinat:

$$x = 0{,}50 \cos 6{,}20^\circ + 0{,}35 \cos 81{,}30^\circ$$

$$\boxed{x \approx 0{,}550\ \text{m}}$$

Düşey koordinat:

$$y = 0{,}50 \sin 6{,}20^\circ + 0{,}35 \sin 81{,}30^\circ$$

$$\boxed{y \approx 0{,}400\ \text{m}}$$

Hesaplanan uç nokta:

$$\boxed{P(0{,}55;\ 0{,}40)\ \text{m}}$$

olup domatesin verilen koordinatlarıyla örtüşmektedir.

6. Farklı eklem konfigürasyonunun değerlendirilmesi

İki eklemli robot kolları aynı hedef noktaya farklı geometrik konfigürasyonlarla ulaşabilir.

Kosinüs teoreminden:

$$\cos q_2 = 0{,}2571$$

olduğuna göre ikinci bir çözüm de:

$$\boxed{q_2 = -75{,}10^\circ}$$

şeklindedir.

Bu durumda birinci eklemin açısı:

$$\boxed{q_1 \approx 65{,}85^\circ}$$

olur.

Dolayısıyla aynı domatese ulaşan iki farklı eklem konfigürasyonu vardır:

Konfigürasyon	Birinci eklem	İkinci eklem
1. çözüm	6,20°	+75,10°
2. çözüm	65,85°	−75,10°

Bu iki çözümde robot kolunun uç noktası aynı koordinata ulaşır. Ancak kolun bükülme yönü farklıdır. Gerçek hasat uygulamasında seradaki yapraklar, dallar ve diğer domatesler dikkate alınarak çarpışma riski daha düşük olan konfigürasyon seçilmelidir.

Sonuçların özeti

Hesaplanan büyüklük	Sonuç
Domatesin robot koluna uzaklığı	0,6801 m
Maksimum erişim mesafesi	0,85 m
Minimum erişim mesafesi	0,15 m
Birinci eklem açısı (1. çözüm)	6,20°
İkinci eklem açısı (1. çözüm)	75,10°
Alternatif birinci eklem açısı	65,85°

Alternatif ikinci eklem açısı	−75,10°
Robot kolunun hedef koordinatı	(0,55; 0,40) m

Mühendislik açısından değerlendirme

Bu problem, tarımsal robot üzerine yerleştirilen bir robot kolunun domates hasadı sırasında hedef meyveye ulaşabilmesi için gerekli eklem açılarını trigonometrik yöntemlerle belirlemektedir.

Burada özellikle **ters kinematik (Inverse Kinematics)** yaklaşımı kullanılmıştır. Robot kolunun uç noktasının koordinatları bilinirken, bu noktaya ulaşmak için gerekli eklem açıları hesaplanmıştır.

Gerçek bir domates hasat robotunda bu hesaplamalar kamera veya derinlik sensöründen elde edilen domates koordinatlarıyla birleştirilebilir. Böylece robot kolu, domatesin konumuna göre otomatik olarak hareket ettirilebilir.

Öğrenciler için temel kazanım: Bilinen kol uzunlukları ve hedef koordinatlarından yararlanarak kosinüs teoremi ve ters trigonometrik fonksiyonlarla robot kolunun eklem açılarını belirleyebilmek.