ChatGPT dedi:

Soru: Tarımsal İlaçlama Dronunun Uçuş Konumu ve İlaçlama Alanının Trigonometrik Yöntemlerle Hesaplanması

Bu problemde, hassas tarım uygulamalarında kullanılan bir ilaçlama dronunun uçuş güzergâhı, konumu ve püskürtme genişliği trigonometrik bağıntılarla hesaplanacaktır. Soruda sinüs, kosinüs, tanjant ve Kartezyen koordinat dönüşümleri birlikte kullanılmaktadır.



Problem

Bir tarımsal ilaçlama dronu, dikdörtgen biçimindeki bir tarım arazisinde bitki koruma ürünü uygulaması yapmaktadır. Dronun uçuş konumu, arazinin güneybatı köşesi başlangıç noktası $A(0,0)$ kabul edilerek iki boyutlu Kartezyen koordinat sisteminde takip edilmektedir.

Dronun uçuş kontrol sisteminden elde edilen bilgilere göre:

- Dron, başlangıç noktasından itibaren pozitif x ekseniyle 40° açı yapacak şekilde 100 m ilerlemiştir.
- Daha sonra yön değiştirerek pozitif x ekseniyle 110° açı yapacak şekilde 60 m ilerlemiştir.
- Dronun yerden yüksekliği, bitki üst yüzeyinden itibaren 4 m'dir.
- Püskürtme sistemi, düşey doğrultunun her iki tarafına 30° yarı açıyla ilaç püskürtmektedir.
- Dronun püskürtme sistemi sabit debide çalışmaktadır.

Dronun uçuş açılarının pozitif x ekseninden saat yönünün tersine ölçüldüğü kabul edilecektir.

İstenenler

1. Dronun birinci uçuş sonunda ulaştığı B noktasının koordinatlarını hesaplayınız.
2. İkinci uçuş sonunda ulaştığı C noktasının koordinatlarını belirleyiniz.
3. Dronun başlangıç noktasına göre toplam yer değiştirme büyüklüğünü hesaplayınız.
4. Dronun başlangıç noktasından son konumuna doğru yön açısını bulunuz.
5. Püskürtme konisinin geometrisinden yararlanarak dronun yerde oluşturduğu ilaçlama genişliğini hesaplayınız.
6. Dronun 60 m ilerlediği ikinci uçuş bölümünde kapladığı yaklaşık ilaçlama alanını hesaplayınız.
7. Dronun toplam aldığı yol ile yer değiştirme büyüklüğü arasındaki farkı açıklayınız.

Çözüm

1. Birinci uçuş sonunda dronun konumunun hesaplanması

Polar koordinatlardan Kartezyen koordinatlara dönüşüm bağıntıları kullanılır:

$$x = r\cos\theta$$

$$y = r\sin\theta$$

Birinci uçuşta:

$$r_1 = 100\ \text{m}, \qquad \theta_1 = 40^\circ$$

Yatay koordinat:

$$x_B = 100 \cos 40^\circ$$

$$\boxed{x_B = 76{,}60 \text{ m}}$$

Düşey koordinat:

$$y_B = 100 \sin 40^\circ$$

$$\boxed{y_B = 64{,}28 \text{ m}}$$

Dolayısıyla:

$$\boxed{B(76{,}60;\ 64{,}28) \text{ m}}$$

2. İkinci uçuş sonunda dronun konumunun hesaplanması

İkinci uçuş 60 m uzunluğunda ve 110° yönündedir.

Yatay hareket bileşeni:

$$\Delta x_2 = 60 \cos 110^\circ$$

$$\boxed{\Delta x_2 = -20{,}52 \text{ m}}$$

Düşey hareket bileşeni:

$$\Delta y_2 = 60 \sin 110^\circ$$

$$\boxed{\Delta y_2 = 56{,}38 \text{ m}}$$

İkinci uçuş sonunda:

$$x_C = x_B + \Delta x_2$$

$$x_C = 76{,}60 - 20{,}52$$

$$\boxed{x_C = 56{,}08 \text{ m}}$$

$$y_C = y_B + \Delta y_2$$

$$y_C = 64{,}28 + 56{,}38$$

$$\boxed{y_C = 120{,}66 \text{ m}}$$

Son konum:

$$\boxed{C(56{,}08;\ 120{,}66) \text{ m}}$$

3. Toplam yer değiştirme büyüklüğünün hesaplanması

Başlangıç ve son konum arasındaki doğrusal uzaklık:

$$R = \sqrt{x_C^2 + y_C^2}$$

$$R = \sqrt{56{,}08^2 + 120{,}66^2}$$

$$\boxed{R \approx 133{,}05 \text{ m}}$$

4. Dronun başlangıç noktasına göre yön açısı

Dronun son konumunun pozitif x ekseniyle yaptığı açı:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y_C}{x_C}\right)$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{120{,}66}{56{,}08}\right)$$

$$\boxed{\theta \approx 65{,}06^\circ}$$

Her iki koordinat da pozitif olduğundan açı birinci bölgede yer almaktadır.

5. Püskürtme genişliğinin hesaplanması

Dronun püskürtme sistemi düşey doğrultunun her iki tarafına 30° yarı açıyla püskürtme yapmaktadır.

Dronun bitki yüzeyinden yüksekliği 4 m olduğuna göre püskürtme konisinin yarı genişliği:

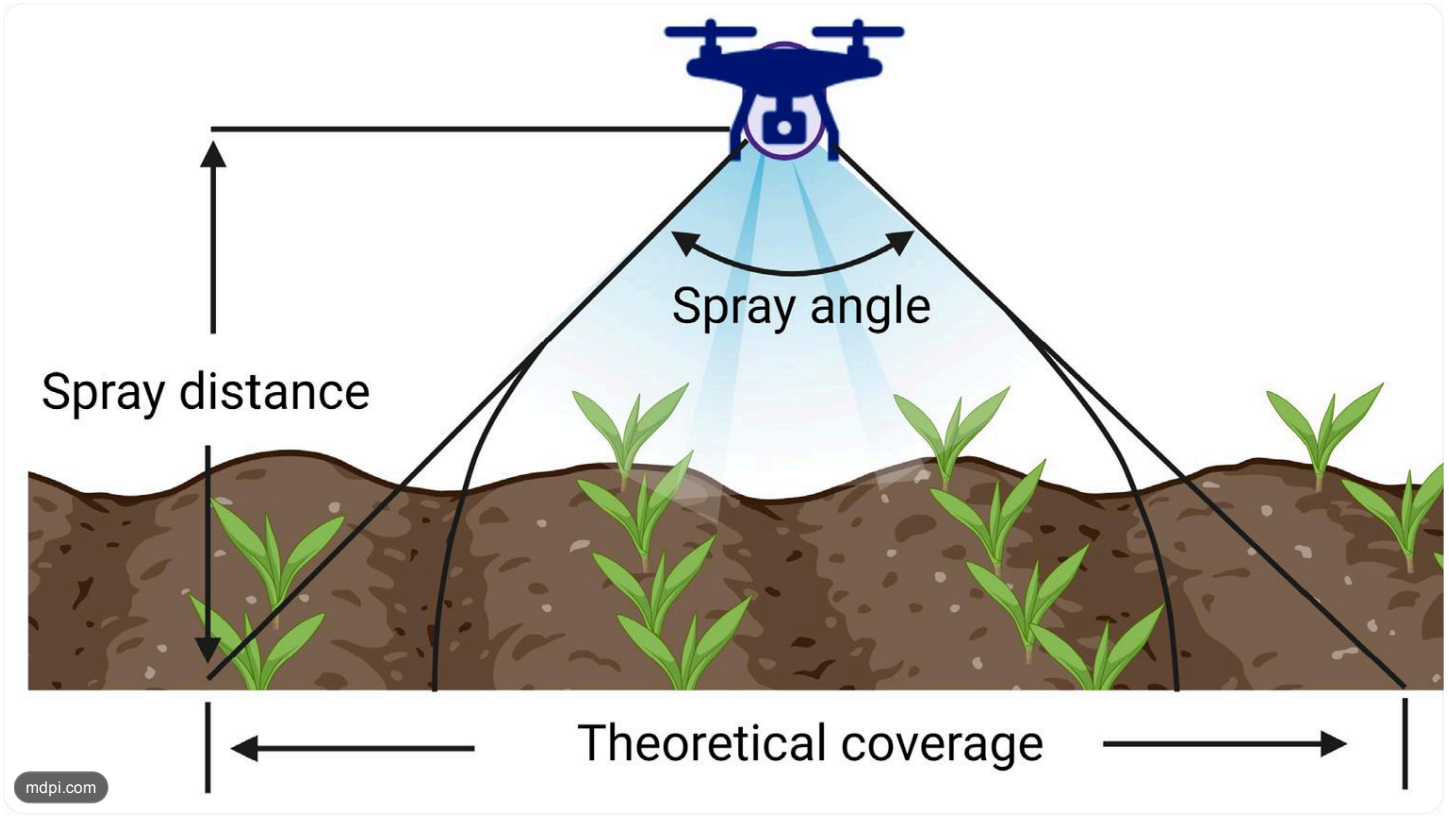
$$\frac{W}{2} = h \tan 30^\circ$$

Buradan toplam püskürtme genişliği:

$$W = 2h \tan 30^\circ$$

$$W = 2(4)(0{,}5774)$$

$$\boxed{W \approx 4{,}62 \text{ m}}$$



Buna göre dronun ideal koşullarda yerde oluşturduğu püskürtme şeridinin genişliği yaklaşık 4,62 m'dir.

6. İkinci uçuş bölümünde ilaçlanan alanın hesaplanması

Dron ikinci uçuş aşamasında 60 m ilerlemiştir. Püskürtme genişliğinin sabit kaldığı ve püskürtmenin kesintisiz yapıldığı kabul edilirse:

$$A = W \times L$$

$$A = 4{,}62 \times 60$$

$$\boxed{A \approx 277{,}2 \text{ m}^2}$$

Dolayısıyla dronun ikinci uçuş aşamasında teorik olarak ilaçladığı alan yaklaşık 277,2 m²'dir.

7. Toplam alınan yol ile yer değiştirme arasındaki fark

Dronun toplam uçuş yolu:

$$S = 100 + 60$$

$$\boxed{S = 160 \text{ m}}$$

Başlangıç ve son konum arasındaki doğrusal uzaklık ise:

$$\boxed{R \approx 133{,}05 \text{ m}}$$

Toplam alınan yol, dronun izlediği güzergâhın uzunluğudur. Yer değiştirme ise başlangıç ve son konum arasındaki en kısa doğrusal mesafedir. Dronun uçuş sırasında yön değiştirmesi nedeniyle bu değerler birbirinden farklıdır.

Sonuçların özeti

Hesaplanan büyüklük	Sonuç

Birinci uçuş sonu koordinatı	B(76,60; 64,28) m
İkinci uçuş sonu koordinatı	C(56,08; 120,66) m
Toplam yer değiştirme	133,05 m
Son konumun yön açısı	65,06°
Püskürtme genişliği	4,62 m
İkinci uçuşta ilaçlanan alan	277,2 m²
Toplam uçuş mesafesi	160 m

Mühendislik açısından değerlendirme

Bu problemde tarımsal ilaçlama dronunun uçuş güzergâhı, konum değişimi ve püskürtme geometrisi birlikte ele alınmıştır.

Özellikle:

- Sinüs ve kosinüs fonksiyonlarıyla uçuş hareketinin yatay ve düşey bileşenleri,
- Ters tanjant fonksiyonuyla dronun konum yönü,
- Tanjant fonksiyonuyla püskürtme konisinin yerde oluşturduğu genişlik,
- Dikdörtgen alan bağıntısıyla teorik ilaçlama alanı

hesaplanmıştır.

Gerçek uygulama açısından not: Hesaplanan ilaçlama genişliği, ideal geometrik püskürtme modeli içindir. Rüzgâr, damlacık çapı, uçuş hızı, püskürtme basıncı ve bitki örtüsü gibi etkenler gerçek ilaçlama genişliğini ve kaplama homojenliğini değiştirebilir.

Öğretim açısından kazanım: Öğrenci, trigonometrik fonksiyonları yalnızca üçgen çözümünde değil, bir tarımsal dronun konumlandırılması ve ilaçlama geometrisinin modellenmesinde de kullanabilecektir.